高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答　〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{1}$	（以下）		１０

[1]　$x \geqq 4$ のとき

　不等式は　$x-4 \leqq 5x$

　よって　$x \geqq -1$

　これと $x \geqq 4$ との共通範囲は　$x \geqq 4$　……①

[2]　$x<4$ のとき

　不等式は　$-x+4 \leqq 5x$

　よって　$x \geqq \dfrac{2}{3}$

　これと $x<4$ との共通範囲は　$\dfrac{2}{3} \leqq x < 4$　……②

求める解は，①と②の範囲を合わせて

$x \geqq \dfrac{2}{3}$

問題番号	正　　答　〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{2}$	（以下）		１２

x と y のデータの平均値をそれぞれ $\bar{x}$，$\bar{y}$ とすると

$\bar{x} = \dfrac{30}{6} = 5$，$\bar{y} = \dfrac{36}{6} = 6$

となり，次の表のようにして計算すると

	x	y	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
A	4	7	−1	1	1	1	−1
B	3	4	−2	−2	4	4	4
C	2	2	−3	−4	9	16	12
D	7	9	2	3	4	9	6
E	5	6	0	0	0	0	0
F	9	8	4	2	16	4	8
計	30	36	0	0	34	34	29

上の表から

$$r = \frac{\frac{1}{6}\cdot 29}{\sqrt{\frac{1}{6}\cdot 34}\sqrt{\frac{1}{6}\cdot 34}}$$

$$= \frac{29}{34}$$

$$= 0.852\cdots$$

$$\fallingdotseq 0.85$$

問題番号	正　　答　〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{3}$	（以下）		１２

点P は線分 AD 上にあるから，AP: PD $= s:(1-s)$ とすると

$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = (1-s)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\overrightarrow{\mathrm{OD}}$

　$= (1-s)\vec{a} + \dfrac{2}{3}s\vec{b}$　……①

また，点P は線分 BC 上にあるから，BP: PC $= t:(1-t)$ とすると

$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = t\overrightarrow{\mathrm{OC}} + (1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

　$= \dfrac{3}{5}t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$　……②

①，②から　$(1-s)\vec{a} + \dfrac{2}{3}s\vec{b} = \dfrac{3}{5}t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$

ここで，$\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$　で，かつ　$\vec{a}$ と $\vec{b}$　は平行でないから

$1-s = \dfrac{3}{5}t$，$\dfrac{2}{3}s = 1-t$

これを解いて　$s = \dfrac{2}{3}$，$t = \dfrac{5}{9}$

よって　$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{3}\vec{a} + \dfrac{4}{9}\vec{b}$

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　　答〔例〕	採点上の注意	配点	
4	（1）	対偶「n が奇数ならば，n^2 は奇数である」を証明する。 n が奇数のとき，n はある整数 k を用いて $n=2k+1$ と表される。このとき $n^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1=2(2k^2+2k)+1$ $2k^2+2k$ は整数であるから，n^2 は奇数である。 よって，対偶は真である。 したがって，もとの命題は真である。		１０	２５
	（2）	$\sqrt{2}$ は無理数でない，すなわち有理数であると仮定すると，１以外に正の公約数をもたない２つの自然数 $a,\ b$ を用いて $\sqrt{2}=\dfrac{a}{b}$ と表される。このとき $a=\sqrt{2}b$ 両辺を２乗すると　$a^2=2b^2$　……① よって，a^2 は偶数であるから（１）より，a も偶数である。 ゆえに，a は，ある自然数 c を用いて $a=2c$　……② と表される。②を①に代入すると $4c^2=2b^2$ すなわち　$b^2=2c^2$ よって，b^2 は偶数であるから（１）より，b も偶数である。 a と b はともに偶数であり，公約数２をもつ。 このことは，a と b が１以外に正の公約数をもたないことに矛盾する。 したがって，$\sqrt{2}$ は無理数である。		１５	
5		$\triangle$CPQ の３辺の長さは $\mathrm{PQ}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ $\mathrm{CP}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ $\mathrm{CQ}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ である。$\angle\mathrm{CPQ}=\theta$ とおくと，余弦定理により $\cos\theta=\dfrac{\mathrm{CP}^2+\mathrm{PQ}^2-\mathrm{CQ}^2}{2\cdot\mathrm{CP}\cdot\mathrm{PQ}}=\dfrac{10+5-13}{2\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ $\sin\theta>0$ より　$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$ よって，$\triangle$CPQ の面積は $\triangle\mathrm{CPQ}=\dfrac{1}{2}\cdot\mathrm{CP}\cdot\mathrm{PQ}\cdot\sin\theta=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}\cdot\dfrac{7\sqrt{2}}{10}=\dfrac{7}{2}$ 三角錐 BCPQ の体積を V とおく。 $\triangle$BCP を底面として，V を求めると $V=\dfrac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{BCP}\cdot\mathrm{BQ}=\dfrac{1}{3}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\cdot1\cdot3\right)\cdot2=1$　……① また，$\triangle$CPQ を底面として，V を h を用いて表すと $V=\dfrac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{CPQ}\cdot h=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{7}{2}\cdot h=\dfrac{7}{6}h$　……② ①，②から $\dfrac{7}{6}h=1$ したがって，$h=\dfrac{6}{7}$		１８	

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{6}$	曲線 $y=x+\sin x$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ と x 軸および直線 $x=\pi$ で囲まれた部分が，x 軸の周りに１回転してできる立体の体積を V_1，直線 $y=x$ と x 軸および直線 $x=\pi$ で囲まれた部分が，x 軸の周りに１回転してできる立体の体積を V_2 とする。 区間 $0 \leqq x \leqq \pi$ において $x+\sin x \geqq x$ であるから，求める体積 V は V_1 から V_2 を引いたものである。 $V=V_1-V_2$ $=\pi\int_0^\pi (x+\sin x)^2\,dx-\pi\int_0^\pi x^2\,dx$ $=\pi\int_0^\pi \{(x+\sin x)^2-x^2\}\,dx$ $=\pi\int_0^\pi (2x\sin x+\sin^2 x)\,dx$ ここで $\int_0^\pi x\sin x\,dx=\int_0^\pi x(-\cos x)'dx=[-x\cos x]_0^\pi+\int_0^\pi \cos x\,dx=\pi$ $\int_0^\pi \sin^2 x\,dx=\int_0^\pi \frac{1-\cos 2x}{2}dx=\left[\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}\right]_0^\pi=\frac{\pi}{2}$ したがって，$V=\pi\left(2\cdot\pi+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{5}{2}\pi^2$		１８
$\boxed{7}$	点 z は原点Ｏを中心とする半径２の円上の点であるから $\lvert z\rvert=2$　……① $w=\frac{1}{z}$ とおくと，$w \fallingdotseq 0$ より $z=\frac{1}{w}$ を① に代入して $\left\lvert\frac{1}{w}\right\rvert=2$　よって，$\lvert w\rvert=\frac{1}{2}$　……② ②より，点 w は原点Ｏを中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円 C を描く。 $\left\lvert\frac{1}{z}-1+i\right\rvert=\lvert w-(1-i)\rvert$ は，点 w と点 $1-i$ の距離を表す。 円 C の半径は $\frac{1}{2}$ であり，原点Ｏと点 $1-i$ の距離は $\lvert 1-i\rvert=\sqrt{2}$ よって $\left\lvert\frac{1}{z}-1+i\right\rvert$ の最大値は　$\sqrt{2}+\frac{1}{2}$ 最小値は　$\sqrt{2}-\frac{1}{2}$		２０

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答　〔例〕	採 点 上 の 注 意	配　点
$\boxed{8}$	n が素数である場合について考えればよい。 $n=2$ のとき，$n+2=4$ は素数ではない。 $n=3$ のとき，$n+2=5$，$4n+1=13$ も素数である。 n が５以上の素数であるとき，n は自然数 k を用いて $n=3k+1$ または $n=3k+2$ と表される。 [1] $n=3k+1$ のとき $n+2=(3k+1)+2=3(k+1)$ ，$k+1$ は２以上の整数であるから，$n+2$ は素数ではない。 [2] $n=3k+2$ のとき $4n+1=4(3k+2)+1=3(4k+3)$ ，$4k+3$ は 7 以上の整数であるから，$4n+1$ は素数ではない。 以上より，n が５以上の素数であるとき，$n+2$ または $4n+1$ は素数ではない。 よって，３つの数 n，$n+2$，$4n+1$ がすべて素数となるのは $n=3$ の場合だけである。		２０
$\boxed{9}$	毎年の返済額を x（円）とおく。 １年目に残っている金額は　$1000000\times1.03-x$ ２年目に残っている金額は $(1000000\times1.03-x)\times1.03-x$ $=1000000\times(1.03)^2-1.03x-x$ ３年目に残っている金額は $\{1000000\times(1.03)^2-1.03x-x\}\times1.03-x$ $=1000000\times(1.03)^3-(1.03)^2x-1.03x-x$ 同様にして，７年目に残っている金額は $1000000\times(1.03)^7-(1.03)^6x-(1.03)^5x-\cdots\cdots-1.03x-x$ ７年目に残っている金額が０になればよいので $1000000\times(1.03)^7-(1.03)^6x-(1.03)^5x-\cdots\cdots-1.03x-x=0$ $1000000\times(1.03)^7=(1.03)^6x+(1.03)^5x+\cdots\cdots+1.03x+x$ $1000000\times(1.03)^7=\dfrac{x\{(1.03)^7-1\}}{1.03-1}$ $x=\dfrac{1000000\times(1.03)^7\times0.03}{(1.03)^7-1}$ $=\dfrac{1000000\times1.23\times0.03}{0.23}$ $=160434.7\cdots$ $\fallingdotseq160435$ よって，毎年の返済額は 160435 円		２５

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　答〔例〕	採点上の注意	配点	
$\boxed{10}$	（１）	3個のさいころを同時に1回投げるときの目の出方は，積の法則により，全部で $6\times6\times6$ すなわち216通りあり，どの場合も同様に確からしい。 3個のさいころの目の和が10になる3つの目の組合せは $\{1,3,6\}$，$\{1,4,5\}$，$\{2,2,6\}$，$\{2,3,5\}$，$\{2,4,4\}$，$\{3,3,4\}$である。 $\{1,3,6\}$，$\{1,4,5\}$，$\{2,3,5\}$についての場合の数は， それぞれ $3!=6$ 通りあるから，$6\times3=18$通り $\{2,2,6\}$，$\{2,4,4\}$，$\{3,3,4\}$についての場合の数は， それぞれ $\frac{3!}{1!\,2!}=3$通りあるから，$3\times3=9$通り よって，求める確率は $\frac{27}{216}=\frac{1}{8}$		１０	２５
	（２）	3個のさいころを同時に1回投げるときの目の出方216通りの中には，同様に確からしい事象として，たとえば，目の和が10になる3つの目の組合せが$\{1,3,6\}$であれば，$(1,3,6)$，$(1,6,3)$，$(3,1,6)$，$(3,6,1)$，$(6,1,3)$，$(6,3,1)$の6通りを区別して考えていることを，樹形図を用いて気付かせる。その後，誤った解答について，どこが誤っていたのか，誤っていると言える理由は何か，どこをどのように修正すれば正答になるかなどを生徒に考えさせ説明させる。	内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。	１５	
$\boxed{11}$		「数学Ⅱ」の「図形と方程式」において，軌跡について指導する際，コンピュータなどの情報機器を用いて，軌跡を確認したり，条件を変更したときに軌跡がどのようになるかを予想し検証したりする活動を通して，条件と得られる軌跡の関係を直観的に理解させる。	問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。	１５	