中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{1}$	$4a^2-16b^2-12a+9$ $=4a^2-12a+9-16b^2$ $=(2a-3)^2-16b^2$ $=\{(2a-3)+4b\}\{(2a-3)-4b\}$ $=(2a+4b-3)(2a-4b-3)$		１０
$\boxed{2}$	放物線と直線の交点の x 座標は， 方程式　$-x^2=x-2$ を解いて　$x=-2$，１ 区間 $-2\leqq x\leqq 1$ において $-x^2\geqq x-2$ であるから，求める面積 S は $S=\int_{-2}^{1}\{-x^2-(x-2)\}dx$ $=\left[-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x\right]_{-2}^{1}$ $=\frac{9}{2}$		１５
$\boxed{3}$	点Pは線分AD上にあるから，$\mathrm{AP}:\mathrm{PD}=s:(1-s)$ とすると $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+s\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ $=(1-s)\vec{a}+\frac{2}{3}s\vec{b}$　……① また，点Pは線分BC上にあるから，$\mathrm{BP}:\mathrm{PC}=t:(1-t)$ とすると $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=t\overrightarrow{\mathrm{OC}}+(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ $=\frac{3}{5}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$　……② ①，②から　$(1-s)\vec{a}+\frac{2}{3}s\vec{b}=\frac{3}{5}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$ ここで，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$　で，かつ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから $1-s=\frac{3}{5}t$，$\frac{2}{3}s=1-t$ これを解いて　$s=\frac{2}{3}$，$t=\frac{5}{9}$ よって　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{4}{9}\vec{b}$		１５

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答〔例〕	採点上の注意	配点
$\boxed{4}$	$\begin{cases} 2a+2b+c+d=0 & \cdots\cdots① \\ a+2b+2c-d=11 & \cdots\cdots② \\ a+b+2c+2d=6 & \cdots\cdots③ \\ 2a-b+c+2d=9 & \cdots\cdots④ \end{cases}$ ①−④ $3b-d=-9$ ……⑤ ②−③ $b-3d=5$ ……⑥ ⑤−⑥×3 $\quad 3b-d=-9$ $\underline{-)\,3b-9d=15}$ $\qquad d=-3$ これを⑥に代入すると $b+9=5$ $b=-4$ $b=-4, d=-3$ を①，②にそれぞれ代入すると $2a+c=11$ ……⑦ $a+2c=16$ ……⑧ ⑦−⑧×2 $\quad 2a+c=11$ $\underline{-)\,2a+4c=32}$ $\qquad c=7$ これを⑦に代入すると $2a+7=11$ $a=2$ $a=2, b=-4, c=7, d=-3$		１８
$\boxed{5}$	3個のさいころを同時に1回投げるときの目の出方は，積の法則により，全部で $6\times6\times6$ すなわち216通りあり，どの場合も同様に確からしい。 3個のさいころの目の和が10になる3つの目の組合せは $\{1,3,6\}$，$\{1,4,5\}$，$\{2,2,6\}$，$\{2,3,5\}$，$\{2,4,4\}$，$\{3,3,4\}$である。 $\{1,3,6\}$，$\{1,4,5\}$，$\{2,3,5\}$についての場合の数は， それぞれ $3!=6$ 通りあるから，$6\times3=18$通り $\{2,2,6\}$，$\{2,4,4\}$，$\{3,3,4\}$についての場合の数は， それぞれ $\frac{3!}{1!\,2!}=3$ 通りあるから，$3\times3=9$通り よって，求める確率は $\frac{27}{216}=\frac{1}{8}$		１８

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　　答〔例〕	採点上の注意	配点	
6		△ABCにおいて，点E，Gはそれぞれ辺AB，ACの中点であるから， $EG=\frac{1}{2}BC$　……① 同様にして， △DBCにおいて，$HF=\frac{1}{2}BC$　……② △BDAにおいて，$HE=\frac{1}{2}DA$　……③ △CDAにおいて，$FG=\frac{1}{2}DA$　……④ ①，②，③，④と$AD=BC$から，$EG=HF=HE=FG$ 4つの辺がすべて等しいから，四角形EGFHはひし形である。		18	
7	（1）	対偶「n が奇数ならば，n^2 は奇数である」を証明する。 n が奇数のとき，n はある整数 k を用いて $n=2k+1$ と表される。このとき $n^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1=2(2k^2+2k)+1$ $2k^2+2k$ は整数であるから，n^2 は奇数である。 よって，対偶は真である。 したがって，もとの命題は真である。		10	25
	（2）	$\sqrt{2}$ は無理数でない，すなわち有理数であると仮定すると，1以外に正の公約数をもたない2つの自然数 a，b を用いて $\sqrt{2}=\frac{a}{b}$ と表される。このとき $a=\sqrt{2}b$ 両辺を2乗すると　$a^2=2b^2$　……① よって，a^2 は偶数であるから（1）より，a も偶数である。 ゆえに，a は，ある自然数 c を用いて $a=2c$　……② と表される。②を①に代入すると $4c^2=2b^2$ すなわち　$b^2=2c^2$ よって，b^2 は偶数であるから（1）より，b も偶数である。 a と b はともに偶数であり，公約数2をもつ。 このことは，a と b が1以外に正の公約数をもたないことに矛盾する。 したがって，$\sqrt{2}$ は無理数である。		15	

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号	正　　答　〔例〕	採点上の注意	配　点
$\boxed{8}$	$S_n = 1^2\cdot 2^1 + 2^2\cdot 2^2 + \cdots\cdots + n^2\cdot 2^n$　　……① ①×2 $2S_n = \quad 1^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^3 + \cdots\cdots + (n-1)^2\cdot 2^n + n^2\cdot 2^{n+1}$ ……② ①−② $-S_n = 1\cdot 2^1 + 3\cdot 2^2 + \cdots\cdots + (2n-1)\cdot 2^n - n^2\cdot 2^{n+1}$　　……③ ③× 2 $-2S_n = \quad 1\cdot 2^2 + 3\cdot 2^3 + \cdots\cdots + (2n-1)\cdot 2^{n+1} - n^2\cdot 2^{n+2}$ ……④ $n \geqq 2$のとき， ③−④ $S_n = 1\cdot 2^1 + 2\cdot 2^2 + \cdots\cdots + 2\cdot 2^n - (n^2+2n-1)\cdot 2^{n+1} + n^2\cdot 2^{n+2}$ $= -2 + 2(2^1+2^2+\cdots\cdots+2^n) - (n^2+2n-1)\cdot 2^{n+1} + n^2\cdot 2^{n+2}$ $= -2 + 2\cdot\dfrac{2(2^n-1)}{2-1} + (-n^2-2n+1+2n^2)\cdot 2^{n+1}$ $= (n^2-2n+3)\cdot 2^{n+1} - 6$ これは$n=1$のときにも成り立つ。 したがって，$S_n = (n^2-2n+3)\cdot 2^{n+1} - 6$		２１
$\boxed{9}$	△GICと△EHGにおいて $\angle \mathrm{GIC} = \angle \mathrm{EHG} = 90^\circ$　……① $\angle \mathrm{CGI} = 180^\circ - \angle \mathrm{CGE} - \angle \mathrm{EGH}$ $= 90^\circ - \angle \mathrm{EGH}$　……② $\angle \mathrm{GEH} = 180^\circ - \angle \mathrm{EHG} - \angle \mathrm{EGH}$ $= 90^\circ - \angle \mathrm{EGH}$　……③ ②，③から　$\angle \mathrm{CGI} = \angle \mathrm{GEH}$　……④ ①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから， △GIC∽△EHG $\mathrm{AB}=1$ とすると，$\mathrm{AD}=\sqrt{2}$ $\mathrm{CD}=\mathrm{CG}=1$　……⑤ $\mathrm{AD}=\sqrt{2}$ より $\mathrm{DE}=\mathrm{GE}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　……⑥ ⑤，⑥から △GIC と△EHGの相似比は$\mathrm{CG}:\mathrm{GE} = 1:\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}:1$ よって，$\mathrm{IC} = \sqrt{2}\mathrm{HG} = \sqrt{2}(1-\mathrm{GI})$ △GIC において三平方の定理により $\mathrm{GI}^2 + \{\sqrt{2}(1-\mathrm{GI})\}^2 = 1^2$ $3\mathrm{GI}^2 - 4\mathrm{GI} + 1 = 0$ $(3\mathrm{GI}-1)(\mathrm{GI}-1) = 0$ $\mathrm{GI} = 1, \dfrac{1}{3}$ $0 < \mathrm{GI} < 1$ より，$\mathrm{GI} = \dfrac{1}{3}$ よって，$\mathrm{BI} = \mathrm{BC} - \mathrm{IC} = \sqrt{2} - \sqrt{2}(1-\mathrm{GI}) = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ したがって，$\mathrm{BI} = \dfrac{1}{3}\mathrm{BC}$		２５

中学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th>問題番号</th><th colspan="2">正　　答〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th>配点</th></tr>
<tr><td rowspan="2">10</td><td>誤り</td><td>曲線を x 軸と y 軸に重なるようにかいているところ。</td><td rowspan="2">内容を正しくとらえていれば，表現は異なっていてもよい。</td><td rowspan="2">１５</td></tr>
<tr><td>指導</td><td>$y=\frac{6}{x}$ の x にいろいろな値を代入することを通して，x の値を大きくしても y の値が0にならないことや，$x=0$ のとき y の値は求められないことを確認させ，グラフは座標軸に限りなく近づくが重ならないことを，式や表と関連付けて理解させる。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">11</td><td>必要性</td><td>複数のデータの分布を比較するために，視覚的に比較がしやすい統計的な表現として，箱ひげ図を用いる必要がある。</td><td rowspan="2">問いを正しくとらえていれば，内容は異なっていてよい。</td><td rowspan="2">２０</td></tr>
<tr><td>指導の例</td><td>「中学生の体力は 10 年前に比べてどのように変化しているのか」について，ある中学校における２年生男子のハンドボール投げの記録に関する過去 10 年分のデータを収集させ，コンピュータなどを利用してデータを整理させ，年ごとの結果をそれぞれ箱ひげ図で表して複数の集団のデータの傾向を比較して読み取らせ，その結果を基に説明させる。</td></tr>
</table>