高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号			正答〔例〕		採点上の注意	配点		
1	1	(1)	ア	3	２つとも合っているものだけを正答とする。	5	10	65
			イ	4				
		(2)	ウ	1	４つとも合っているものだけを正答とする。	5		
			エ	6				
			オ	7				
			カ	7				
	2		キ	3	２つとも合っているものだけを正答とする。	10		
			ク	2				
	3	(1)	ケ	－（マイナス）	４つとも合っているものだけを正答とする。	5	10	
			コ	1				
			サ	－（マイナス）				
			シ	6				
		(2)	ス	1	７つとも合っているものだけを正答とする。	5		
			セ	3				
			ソ	2				
			タ	－（マイナス）				
			チ	2				
			ツ	3				
			テ	3				
	4		ト	1	２つとも合っているものだけを正答とする。	5	15	
			ナ	6				
			ニ	7	４つとも合っているものだけを正答とする。	10		
			ヌ	2				
			ネ	4				
			ノ	4				
	5	(1)	ハ	1	６つとも合っているものだけを正答とする。	5	10	
			ヒ	6				
			フ	1				
			ヘ	3				
			ホ	2				
			マ	9				
		(2)	ミ	1	３つとも合っているものだけを正答とする。	5		
			ム	3				
			メ	5				
	6		モ	2，4	２つとも合っているものだけを正答とする。	10		

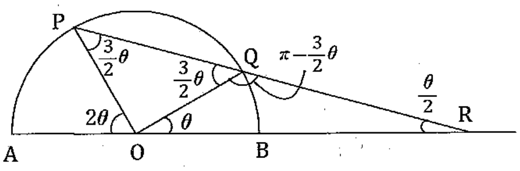
高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th colspan="3">問題番号</th><th colspan="2">正　答　〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="3">配点</th></tr>
<tr><td rowspan="19">2</td><td rowspan="7">1</td><td rowspan="3">(1)</td><td>ア</td><td>1</td><td rowspan="3">3つとも合っているものだけを正答とする。</td><td>5</td><td rowspan="7">10</td><td rowspan="19">25</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>6</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)</td><td>エ</td><td>－（マイナス）</td><td rowspan="4">4つとも合っているものだけを正答とする。</td><td rowspan="4">5</td></tr>
<tr><td>オ</td><td>2</td></tr>
<tr><td>カ</td><td>6</td></tr>
<tr><td>キ</td><td>5</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="12">2</td><td>ク</td><td>1</td><td rowspan="2">2つとも合っているものだけを正答とする。</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="12">15</td></tr>
<tr><td>ケ</td><td>4</td></tr>
<tr><td>コ</td><td>－（マイナス）</td><td rowspan="7">7つとも合っているものだけを正答とする。</td><td rowspan="7">5</td></tr>
<tr><td>サ</td><td>3</td></tr>
<tr><td>シ</td><td>4</td></tr>
<tr><td>ス</td><td>1</td></tr>
<tr><td>セ</td><td>2</td></tr>
<tr><td>ソ</td><td>3</td></tr>
<tr><td>タ</td><td>6</td></tr>
<tr><td>チ</td><td>1</td><td rowspan="3">3つとも合っているものだけを正答とする。</td><td rowspan="3">5</td></tr>
<tr><td>ツ</td><td>2</td></tr>
<tr><td>テ</td><td>8</td></tr>
<tr><td rowspan="9">3</td><td colspan="2" rowspan="3">1</td><td>ア</td><td>2</td><td rowspan="3">3つとも合っているものだけを正答とする。</td><td colspan="2" rowspan="3">5</td><td rowspan="9">15</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>2</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="6">2</td><td>エ</td><td>－（マイナス）</td><td rowspan="6">6つとも合っているものだけを正答とする。</td><td colspan="2" rowspan="6">10</td></tr>
<tr><td>オ</td><td>3</td></tr>
<tr><td>カ</td><td>1</td></tr>
<tr><td>キ</td><td>1</td></tr>
<tr><td>ク</td><td>3</td></tr>
<tr><td>ケ</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="8">4</td><td rowspan="6">1</td><td rowspan="4">(1)</td><td>ア</td><td>1</td><td rowspan="4">4つとも合っているものだけを正答とする。</td><td rowspan="4">5</td><td rowspan="6">10</td><td rowspan="8">15</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>1</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td>1</td></tr>
<tr><td>エ</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>オ</td><td>1</td><td rowspan="2">2つとも合っているものだけを正答とする。</td><td rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>カ</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">2</td><td>キ</td><td>1</td><td rowspan="2">2つとも合っているものだけを正答とする。</td><td colspan="2" rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>ク</td><td>0</td></tr>
</table>

高等学校数学科採点基準

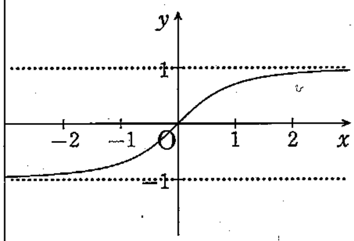
【注意】問題によっては，部分点を可とする。

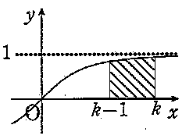
<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th>正　答　〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="2">配点</th></tr>
<tr><td rowspan="2">5</td><td>1</td><td>$n^2-44n+420=(n-30)(n-14)$
$n-30<n-14$ であるから，$n^2-44n+420$ が素数であるとき，
$n-30=1$ または $n-14=-1$
すなわち，$n=31$ ，13
$n=31$ のとき，$(n-30)(n-14)=1\cdot17=17$（素数）
$n=13$ のとき，$(n-30)(n-14)=-17\cdot(-1)=17$（素数）
よって，求める自然数 n は，$n=31$，13</td><td></td><td>10</td><td rowspan="2">20</td></tr>
<tr><td>2</td><td>

$S_1=\frac{1}{2}\cdot2\cdot\mathrm{OR}\cdot\sin\theta=\mathrm{OR}\sin\theta$
△OQR において正弦定理より，
$\frac{\mathrm{OR}}{\sin\left(\pi-\frac{3}{2}\theta\right)}=\frac{2}{\sin\frac{\theta}{2}}$ より，$\mathrm{OR}=\frac{2\sin\left(\pi-\frac{3}{2}\theta\right)}{\sin\frac{\theta}{2}}=\frac{2\sin\frac{3}{2}\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}$
したがって，
$S_1=\frac{2\sin\frac{3}{2}\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}\cdot\sin\theta=\frac{2\sin\frac{3}{2}\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}\cdot2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=4\sin\frac{3}{2}\theta\cos\frac{\theta}{2}$
$S_2=\frac{1}{2}\cdot2\cdot2\cdot\theta=2\theta$
以上より，
$\lim_{\theta\to+0}\frac{S_1}{S_2}=\lim_{\theta\to+0}\frac{4\sin\frac{3}{2}\theta\cos\frac{\theta}{2}}{2\theta}$
$=\lim_{\theta\to+0}\left(2\cdot\frac{\sin\frac{3}{2}\theta}{\frac{3}{2}\theta}\cdot\frac{3}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}\right)$
$=3$</td><td></td><td>10</td></tr>
</table>

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

<table>
<tr><th colspan="2">問題番号</th><th>正　　答　　〔例〕</th><th>採　点　上　の　注　意</th><th colspan="2">配点</th></tr>
<tr><td rowspan="2">6</td><td>1</td><td>
$y' = \dfrac{1\cdot\sqrt{1+x^2}-x\cdot\frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \dfrac{1+x^2-x^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} = (1+x^2)^{-\frac{3}{2}} > 0$
$y'' = -\frac{3}{2}(1+x^2)^{-\frac{5}{2}}\cdot 2x = -\dfrac{3x}{(1+x^2)^{\frac{5}{2}}}$
$y''=0$ とすると，$x=0$
よって，y の増減，グラフの凹凸は次の表のようになる。
<table>
<tr><td>x</td><td>$\cdots$</td><td>0</td><td>$\cdots$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>y''</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>y</td><td>⤴</td><td>0</td><td>⤵</td></tr>
</table>
さらに，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = 1$
$x=-t$ とおくと，
$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{t\to\infty}\frac{-t}{\sqrt{1+(-t)^2}} = \lim_{t\to\infty}\frac{-1}{\sqrt{\frac{1}{t^2}+1}} = -1$
であるから，直線 $y=1$ 及び直線 $y=-1$ はこの曲線の漸近線である。
グラフの概形は次のようになる。


</td><td></td><td>１０</td><td rowspan="2">２０</td></tr>
<tr><td>2</td><td>
k を 1 以上の整数とする。
$k-1 \leqq x \leqq k$ において，$\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} \leqq \dfrac{k}{\sqrt{1+k^2}}$
常に $\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \dfrac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ ではないから，


$\displaystyle\int_{k-1}^{k}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx < \int_{k-1}^{k}\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}dx$
すなわち，$\displaystyle\int_{k-1}^{k}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx < \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$
$k=$ 1 ,2 ,3 , $\cdots$, n として，辺々を加えると，
$\displaystyle\int_0^1\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx+\int_1^2\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx+\int_2^3\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx+\cdots+\int_{n-1}^{n}\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx < \frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{3}{\sqrt{10}}+\cdots+\frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$
$\displaystyle\int_0^n\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx < \frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{5}}+\frac{3}{\sqrt{10}}+\cdots+\frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$
ここで，
$\displaystyle\int_0^n\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx = \int_0^n(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}(1+x^2)'\cdot\frac{1}{2}dx = \left[\frac{1}{2}\cdot 2(1+x^2)^{\frac{1}{2}}\right]_0^n = \left[\sqrt{1+x^2}\right]_0^n$
$\qquad = \sqrt{1+n^2}-1$
よって $\sqrt{1+n^2}-1 < \dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{2}{\sqrt{5}}+\dfrac{3}{\sqrt{10}}+\cdots+\dfrac{n}{\sqrt{1+n^2}}$
</td><td></td><td>１０</td></tr>
</table>

高等学校数学科採点基準

【注意】問題によっては，部分点を可とする。

問題番号		正　　答　　〔例〕	採点上の注意	配点	
7	ア	9		4	20
	イ	2		4	
	ウ	0		4	
	エ	5		4	
	オ	7		4	
8		$y=3\sin x$ と $y=4\cos x$ はともに周期関数であるので，【図】から $y=3\sin x$ と $y=4\cos x$ が同時に最大値をとることはないことに気付かせる。 次に，【図】から $y=3\sin x+4\cos x$ のグラフが正弦曲線になっており，最大値が 5 であることを予想させる。 そして，$3\sin x+4\cos x=5\sin(x+\alpha)$ （ただし，$\cos\alpha=\frac{3}{5}, \sin\alpha=\frac{4}{5}$ ）とできることから，最大値が 5 であることを理解させる。	問いを正しく捉えていれば，内容は異なってよい。	20	