

高等学校数学科採点基準

5枚のうち1

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号		正 答 [例]		採 点 上 の 注 意	配 点			
1	(1)	ア	1		2	4		
	(2)	イ	2		2			
2	(1)	ウ	2	6つとも合っているもの だけを正答とする。	4	8		
		エ	2					
		オ	3					
		カ	3					
		キ	5					
		ク	1					
	(2)	ケ	4	4つとも合っているもの だけを正答とする。	4			
		コ	2					
サ		4						
シ		3						
3	(1)	ス	4	3つとも合っているもの だけを正答とする。	4	8		
		セ	2					
		ソ	2					
	(2)	タ	1	3つとも合っているもの だけを正答とする。	4			
		チ	3					
		ツ	2					
4	(1)	テ	2	3つとも合っているもの だけを正答とする。	4	16		
		ト	2					
		ナ	2					
		ニ	4	2つとも合っているもの だけを正答とする。	2			
		ヌ	5					
		ネ	8					
	(2)	ノ	8	2つとも合っているもの だけを正答とする。	2			
		ハ	2				3つとも合っているもの だけを正答とする。	4
		ヒ	1					
		フ	1					
5		ヘ	1	2つとも合っているもの だけを正答とする。	4			
		ホ	8					
		マ	1			3つとも合っているもの だけを正答とする。	4	
	ミ	1						
	ム	2						
		メ	3	4つとも合っているもの だけを正答とする。	4	12		
		モ	4					
		ヤ	2					
		ユ	0					
		ヨ	1					
		ラ	1	4つとも合っているもの だけを正答とする。	4			
リ		3						
ル		6						
レ		3						
6		ロ	7	2つとも合っているもの だけを正答とする。	4		4	

1

52

高等学校数学科採点基準

5枚のうち2

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号		正 答 [例]		採 点 上 の 注 意	配 点		
2	1	ア	1	5つとも合っているもの だけを正答とする。	4	4	16
		イ	2				
		ウ	2				
		エ	4				
		オ	6				
	2	カ	1	6つとも合っているもの だけを正答とする。	4	12	
		キ	3				
		ク	8				
		ケ	3				
		コ	4				
		サ	8				
		シ	4				
		ス	1				
		セ	2				
3	1	ア	2	2つとも合っているもの だけを正答とする。	2	4	
		イ	2				
		ウ	3				
	2	エ	3	3つとも合っているもの だけを正答とする。	4	12	
オ		3					
カ		1					
キ		—					
ク		4					
ケ	2						
4	1	ア	1	4つとも合っているもの だけを正答とする。	4	8	
		イ	2				
		ウ	2				
		エ	3				
		オ	7				
		カ	6				
		キ	4				
		ク	7				
	2	ケ	3	2つとも合っているもの だけを正答とする。	4	8	
		コ	2				
		サ	1				
		シ	2				
		ス	4				
							3つとも合っているもの だけを正答とする。

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号	正 答 [例]	採 点 上 の 注 意	配 点
5	<p>ゲームAの得点の期待値は、</p> $0 \times \frac{{}_3C_3}{7C_3} + 40 \times \frac{{}_4C_1 \times {}_3C_2}{7C_3} + 80 \times \frac{{}_4C_2 \times {}_3C_1}{7C_3} + 120 \times \frac{{}_4C_3}{7C_3}$ $= \frac{480}{7} = \frac{1440}{21}$ <p>ゲームBの得点の期待値は、</p> $0 \times \left(\frac{4}{6}\right)^4 + 50 \times {}_4C_1 \left(\frac{2}{6}\right) \left(\frac{4}{6}\right)^3 + 100 \times {}_4C_2 \left(\frac{2}{6}\right)^2 \left(\frac{4}{6}\right)^2$ $+ 150 \times {}_4C_3 \left(\frac{2}{6}\right)^3 \left(\frac{4}{6}\right) + 200 \times \left(\frac{2}{6}\right)^4$ $= \frac{200}{3} = \frac{1400}{21}$ <p>ゲームAの得点の期待値はゲームBの得点の期待値より大きいので、ゲームAの方が有利であるといえる。</p>		20
1	$I_{n+1} = \int_{\frac{1}{e}}^1 (\log x)^{n+1} dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 (x)' (\log x)^{n+1} dx$ $= [x(\log x)^{n+1}]_{\frac{1}{e}}^1 - \int_{\frac{1}{e}}^1 (n+1)x(\log x)^n \cdot \frac{1}{x} dx$ $= [x(\log x)^{n+1}]_{\frac{1}{e}}^1 - (n+1) \int_{\frac{1}{e}}^1 (\log x)^n dx$ $= -\frac{1}{e} \left(\log \frac{1}{e}\right)^{n+1} - (n+1)I_n$ $= -\frac{(-1)^{n+1}}{e} - (n+1)I_n = \frac{(-1)^n}{e} - (n+1)I_n$ <p>したがって、<math>I_{n+1} = \frac{(-1)^n}{e} - (n+1)I_n</math> が成り立つ。</p>		10
6	<p><math>f(x) = (\log x)^2 + \log x</math> とおく。</p> <p><math>f(x) = 0</math> を満たす <math>x</math> の値は、</p> $(\log x)^2 + \log x = 0$ $(1 + \log x)\log x = 0$ $\log x = -1, \log x = 0$ $x = \frac{1}{e}, 1$ <p>よって、求める体積 <math>V</math> は、</p> $V = \pi \int_{\frac{1}{e}}^1 \{(\log x)^2 + \log x\}^2 dx$ $V = \pi \int_{\frac{1}{e}}^1 \{(\log x)^4 + 2(\log x)^3 + (\log x)^2\} dx$ <p>2 <math>V = \pi(I_4 + 2I_3 + I_2)</math></p> $I_1 = \int_{\frac{1}{e}}^1 \log x dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 (x)' \log x dx = [x \log x]_{\frac{1}{e}}^1 - \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x} dx$ $= -\frac{1}{e} \log \frac{1}{e} - \left(1 - \frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} - 1 + \frac{1}{e} = \frac{2}{e} - 1$ $I_2 = -\frac{1}{e} - 2I_1 = -\frac{1}{e} - 2\left(\frac{2}{e} - 1\right) = 2 - \frac{5}{e}$ $I_3 = \frac{1}{e} - 3I_2 = \frac{1}{e} - 3\left(2 - \frac{5}{e}\right) = \frac{16}{e} - 6$ $I_4 = -\frac{1}{e} - 4I_3 = -\frac{1}{e} - 4\left(\frac{16}{e} - 6\right) = 24 - \frac{65}{e}$ <p>したがって、<math>V = \pi(I_4 + 2I_3 + I_2) = 2\left(7 - \frac{19}{e}\right)\pi</math></p>		20

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号	正 答 [例]	採 点 上 の 注 意	配 点
7	$w = \frac{z-2}{z+i}$ $w(z+i) = z-2$ $wz + iw = z-2$ $wz - z = -2 - iw$ $(w-1)z = -2 - iw$ $w \neq 1 \text{ であるから, } z = \frac{-2-iw}{w-1} \dots \textcircled{1}$ <p>点 <math>z</math> は、原点 <math>O</math> を中心とする半径 <math>2</math> の円上を動くので、  <math> z  = 2</math>  <math>\textcircled{1}</math> を代入して、  <math display="block">\left  \frac{-2-iw}{w-1} \right  = 2</math> <math display="block"> -2-iw  = 2 w-1 </math> <math display="block"> -2-iw ^2 = 4 w-1 ^2</math> <math display="block">(-2-iw)(-2-i\bar{w}) = 4(w-1)(\bar{w}-1)</math> <math display="block">(-2-iw)(-2+i\bar{w}) = 4(w-1)(\bar{w}-1)</math> <math display="block">4-2i\bar{w}+2iw+w\bar{w} = 4w\bar{w}-4w-4\bar{w}+4</math> <math display="block">3w\bar{w}-(4+2i)w-(4-2i)\bar{w} = 0</math> <math display="block">w\bar{w} - \frac{4+2i}{3}w - \frac{4-2i}{3}\bar{w} = 0</math> <math display="block">\left(w - \frac{4-2i}{3}\right)\left(\bar{w} - \frac{4+2i}{3}\right) = \frac{4-2i}{3} \cdot \frac{4+2i}{3}</math> <math display="block">\left(w - \frac{4-2i}{3}\right)\left(\bar{w} - \frac{4-2i}{3}\right) = \frac{20}{9}</math> <math display="block">\left w - \frac{4-2i}{3}\right ^2 = \left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2</math> <math display="block">\left w - \frac{4-2i}{3}\right  = \frac{2\sqrt{5}}{3}</math> <p>よって、点 <math>w</math> は、点 <math>\frac{4-2i}{3}</math> を中心とする  半径 <math>\frac{2\sqrt{5}}{3}</math> の円を描く。</p> </p>		20

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号	正 答 [例]	採 点 上 の 注 意	配 点												
8 課題学習の例	<p>「ある工場では、製品X, Yを製造している。それらを製造するには、原料A, Bが必要で、X, Yを1 kg製造するために必要な原料の量と、原料の在庫量は右の表の通りである。また、X, Y 1 kg 当たりの利益は、それぞれ1万円, 2万円である。原料の在庫量の範囲で、最大の利益を得るには、X, Yをそれぞれ何kg製造すればよいか。」という課題を設定する。</p> <p>条件を不等式の領域で表したり利益を式で表したりした後、領域内の点と利益を表す式を関連付けて考察し、領域において利益を最大にする点を見いだす活動が考えられる。さらには、それぞれの製品の1 kg当たりの利益や原料の在庫量が変わった場合について発展的に考察する活動も考えられる。</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td></td> <td>原料A</td> <td>原料B</td> </tr> <tr> <td>X</td> <td>10kg</td> <td>20kg</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>30kg</td> <td>20kg</td> </tr> <tr> <td>在庫</td> <td>400kg</td> <td>600kg</td> </tr> </table>		原料A	原料B	X	10kg	20kg	Y	30kg	20kg	在庫	400kg	600kg	問いを正しく捉えていれば、内容は異なっていてよい。	20
	原料A	原料B													
X	10kg	20kg													
Y	30kg	20kg													
在庫	400kg	600kg													
1	$\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right) = 10 + ab + \frac{16}{ab}$ <p><math>ab &gt; 0</math>, <math>\frac{16}{ab} &gt; 0</math> であるから、相加平均と相乗平均の大小関係より、</p> $10 + ab + \frac{16}{ab} \geq 10 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{16}{ab}} = 18$ <p>よって、求める最小値は18である。</p> <p>等号が成り立つのは、<math>ab = \frac{16}{ab}</math>; すなわち <math>ab = 4</math> のときである。</p>		10												
9 2	<p><math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right) \geq 16</math> の等号が成り立つ正の実数 <math>a, b</math> が存在するか考察させる。生徒の【解答】にある①の等号が成り立つのは <math>ab = 2</math> のときであり、②の等号が成り立つのは <math>ab = 8</math> のときであることを確認させる。<math>ab = 2</math> と <math>ab = 8</math> を同時に満たす正の実数 <math>a, b</math> が存在しないことに気付かせ、<math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right)</math> の最小値が16でないことを理解させる。</p> <p>生徒の【解答】にある、①, ②は相加平均と相乗平均の大小関係に着目していることから、<math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right) = 10 + ab + \frac{16}{ab}</math> と変形することで、相加平均と相乗平均の大小関係を活用できることに気付かせる。</p> <p>さらに、相加平均と相乗平均の大小関係から得られた <math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right) \geq 18</math> について、<math>ab = 4</math> のときに等号が成り立ち、<math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right)</math> の最小値が18であることを理解させる。本問題から、最小値を求める際には、等号が成り立つかどうか確認することが大切であることを説明する。</p>	問いを正しく捉えていれば、内容は異なっていてよい。	10												